LAHENDUSED 7.KLASS

1. Vastus: **Pillel on praegu 1 euro ja 15 senti ehk 115 senti.**

Lahendus: Kuna 5-sendiste ja 10-sendiste müntide arvude vahetamisel rahasumma suureneb, siis pidi tal 5-sendiseid olema rohkem kui 10-sendiseid. Jaotame mündid kaheks osaks – ühes on 5-sendiseid ja 10-sendiseid võrdselt ning teises on vaid 5-sendised. Kui neid on sama palju, siis summa ei muutu.

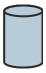
Vaatleme nüüd seda osa, kus on vaid 5-sendised. Vahetades ühe 5-sendise 10-sendise vastu suureneb rahasumma 5 sendi võrra. Et pärast oleks Pillele 70 sendi võrra rohkem raha, siis järelikult peab seal osas 5-sendiseid münte olema 70 : 5 = 14 tükki ehk kokkuvõttes 5-sendiseid münte oli tal 14 võrra rohkem kui 10-sendiseid. Et münte kokku oli tal 20, siis pidi tal olema 10-sendiseid münte 3 tükki ja 5-sendiseid münte 17 tükki.

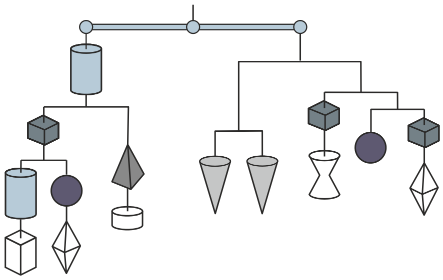
Järelikult raha oli tal sentides kokku $3 \cdot 10 + 17 \cdot 5 = 115$, mis on 1 euro ja 15 senti.

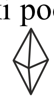
Hindamisjuhised:

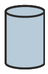
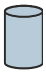
Tähelepanek, et 5-sendiseid pidi olema rohkem:	1p
Tähelepanek, et 5-sendise asendamine 10-sendisega suurendab summat 5 sendi võrra:	1p
Leitud mitme võrra müntide arvud erinesid:	1p
Leitud 5-sendiste arv:	1p
Leitud 10-sendiste arv:	1p
Leitud rahasumma:	2p
	7p

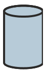
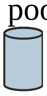
Antud vaid õige vastus: 2p

2. <u>Vastus:</u> **Keha  kaalub 6 grammi.**



<u>Lahendus:</u> Et kangkaalude süsteem on tasakaalus ja kõik esemed kokku kaaluvad 80 grammi, siis kaalude kummalgi pool olevad esemed kaaluvad kokku 40 grammi. Paremalt poolt saame edasi, et selle kummalgi pool olevad kehad kaaluvad 20 grammi. Paremal pool veel allapoole liikudes saame, et järgmises süsteemis kumbki pool kaalub 10 grammi ning siis viimasest saame, et keha  kaalub 5 grammi ning ka  ja  kaaluvad kokku 5 grammi. Kuna on teada, et  on 1 grammi võrra kergem kehast , siis  kaalub 2 grammi ja  kaalub 3 grammi.

Et  ja  kaaluvad kokku 7 grammi, siis kaalude vasakult poolelt saame, et ka  ja  kaaluvad kokku 7 grammi. Seega riputis, mis koosneb kehadest ,  ja ,  ja , kaalub kokku 3 grammi + 2 · 7 grammi = 17 grammi.

Et vasak pool kaalub kokku 40 grammi, siis saame, et 40 grammi =  + 2· 17 grammi. Siit saame, et  peab kaaluma 6 grammi.

<u>Hindamisjuhised:</u>

Leitud et kaalude kummalgi pool olevad esemed kaaluvad 40 grammi: 1p

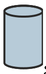
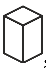
Kaalude paremat poolt kasutades leitud

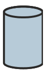
a) kujundi  kaal: 1p

b) kujundite ,  kaalud: 1p

Kaalude vasakut poolt kasutades leitud

a) kehade  ja  kaalude summa: 1p

b) kehadest , , ,  ja  koosneva riputise kaal: 1p

Vasakpoolseimast leitud  kaal: <u>2p</u>

7p

Antud ainult vastus: 2p

Märkus: Kui lisaks vastusele on vaid joonisele juurde kirjutatud riputiste kaalud, aga ei ole selgitatud, millises järjekorras ja kuidas on leitud kehade/riputiste kaalud, siis anda vastusele lisaks 2p

3. Vastus: **Vaid arvu 2222232 korral on kõik tingimused täidetud.**

Lahendus: Et arv jaguks arvuga 4, peab see kindlasti olema paarisarv. Seega arvu viimaseks numbriks on kindlasti 2. Et arv jaguks arvuga 4, siis jagades arvu arvuga 2 peame saama vastuseks paarisarvu, st et arvu eelviimseks numbriks saab olla vaid 3. Kuna juhul kui arvu kaks viimast numbrit oleks 22, siis arvuga 2 jagamisel on jagatise üheliste numbriks 1. (Või siis teades, et arv jagub arvuga 4, kui selle kahest viimasest numbrist moodustuv arv jagub arvuga 4.)

Oleme saanud, et arvu viimane number on 2 ja eelviimane on 3.

Et arv jaguks arvuga 3, peab arvu numbrite summa jaguma arvuga 3.

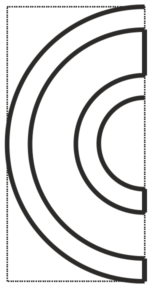
Kui arv koosneb vaid numbritest 2 ja 3, siis selleks, et numbrite summa jaguks arvuga 3, peab number kahtesid olema selles arvus kas 0, 3 või 6. Null see ei saa olla, kuna teame, et viimane number on 2. Kui neid oleks kolm, siis ei oleks täidetud tingimus, et arvus on kahtesid rohkem. Seega jääb ainus võimalus, et arvus on number kahtesid 6 tükki. Seega saab arvus olla vaid üks number 3 ning eelnevast teame, et see peab olema eelviimane number. Seega kõikidele tingimustele vastab vaid arv 2222232.

Hindamisjuhised:

Leitud, et arvu viimane number peab olema 2:	1p
Märgitud, et arvu eelviimane number saab olla vaid 3:	1p
Selgitatud, et see saab olla vaid 3:	2p
Märgitud, et arvus peab olema number kahtesid 6 tükki:	1p
Selgitatud, miks peab kahtesid olema kokku 6:	2p
	7p

Antud vastuseks vaid õige arv: 2p

4. Vastus: **Joone täpne pikkus on (16π + 4) cm.**



Lahendus: Tugevama joonega märgitud joon koosneb neljast poolringjoonest ja kolmest lõigust.

Suurima poolringiraadius on võrdne ristküliku lühema küljega, st see on 6 cm. Et väikseima raadius on 4 cm võrra väiksem, siis väikseima raadius on 2 cm. Seega ringjoonte raadiused on 6 cm, 5 cm, 3 cm ja 2 cm.

Ringjoone pikkus on $2\pi r$, kus r on ringjoone raadius. Seega poolringjoone pikkus on πr.

Saame, et poolringjoonte pikkused on 6π cm, 5π cm, 3π cm ja 2π cm. Nende pikkuste summa sentimeetrites on $6\pi + 5\pi + 3\pi + 2\pi = 16\pi$.

Nende kolme lõigu pikkusteks on kõrvutiolevate poolringjoonte vahed. Seega nende pikkused on 1 cm, 2 cm ja 1 cm. Järelikult lõikude pikkuste kogusumma on 4 cm.

Saame, et tugevama joonega märgitud joone täpne kogupikkus on $(16\pi + 4)$ cm

Hindamisjuhised:

Leitud suurima ja väikseima poolringjoonte raadiused:	1p
Tähelepanek, kuidas leida poolringjoone pikkust:	1p
Leitud poolringjoonte täpsed pikkused:	1p
Leitud poolringjoonte täpsete pikkuste summa:	1p
Leitud sirglõikude pikkused:	1p
Leitud kogu tugeva joone täpne kogupikkus:	1p
Antud vastuseks täpne pikkus:	1p
	7p

Antud vaid joone täpne pikkus: 2p
Antud ligikaudne vastus, mis on saadud kasutades π mõnda ligikaudsetest väärtustest: 1p

Märkus: Kui juba poolringjoonte pikkuste leidmisel on kasutatud ligikaudseid väärtusi ja sellest tuleneb ka ligikaudne vastus, siis õige lahenduse eest anda kokku 6 punkti.

5. Vastus: **Võimalusi on kokku kolm: 1320, 3102, 0123.**

Lahendus: Kati viimasena kirjutatud arvust näeme, et seal üks numbritest on õigel kohal ja ka kolm ülejäänud numbrit on selles arvus olemas. Seega Mati kirjutas mingis järjekorras ritta numbrid 0, 1, 2 ja 3.

Arvude reas 4411 ei ole ükski number õigel kohal. Kuna arvus on kindlasti üks number 1, siis saame kohe, et number 1 peab olema kas esimesel või teisel kohal.

Kati kirjutas arvude rea	Mati vastas
4411	0 ja 1
3224	1 ja 1
0304	1 ja 1
5534	0 ja 1
1203	1 ja 3

Oletame nüüd, et reas 1203, on number 1 õigel kohal: 1 _ _ _

Et vaid üks number on õigel kohal, siis number 2 ei saa olla teisel kohal.

Kuna reas 3224 peab üks number olema õigel kohal ja selleks ei saa olla 3, sest praeguse oletuse põhjal on esimeseks 1, siis kolmandal kohal peab olema number 2. Oleme saanud 1 _ 2 _. Jällegi et vaid üks numbritest pidi olema õigel kohal, siis 3 ei saa olla viimane. Seega saame 1 3 2 0.

Kontrollime Kati kirjutatud ridadest kolmandat ja neljandat. Tingimused on täidetud ja järelikult järjestus 1320 sobib ning rohkem võimalusi, kus esimeseks on number 1 ei ole.

Oletame nüüd, et reas 1203 number 1 ei ole õigel kohal, st see on teisel kohal: _ 1 _ _.

Seega 2 ei saa olla õigel kohal ning õigel kohal peab olema kas 0 või 3.

Vaatame kui number 0 on õigel kohal: _ 1 0 _. Et 3 peab olema vales kohas, siis on ainus võimalus 3 1 0 2. Vaatame nüüd teist, kolmandat ja neljandat Kati poolt kirjutatud rida. Kõigi korral on tingimused täidetud ja järelikult see järjestus sobib.

Vaatame kui number 3 on õigel kohal: _ 1 _ 3. Et 2 ja 0 ei tohi olla õigetel kohtadel, saame rea 0 1 2 3. Vaatame jälle teist, kolmandat ja neljandat Kati poolt kirjutatud rida. Ka sel korral on kõik tingimused täidetud. Seega sobib ka rida 0 1 2 3.

Hindamisjuhised:

Märkus: Järelduste tegemiseks on mitmeid erinevaid järjestusi, lahenduskäikudena ei ole neid kõiki välja toodud. Oluline on, et läbi oleks vaadeldud kõik võimalused ja kui mõni võimalus ei sobi – siis välja toodud, kus tekib vastuolu

Skeem1:

Leitud, et reas on numbrid 0, 1, 2 ja 3:	1p
Leitud, et 1 ei saa olla eelviimane ega viimane:	1p
Vaadeldud olukorda, kus number 1 on esimene:	2p
Vaadeldud juhtu, kus number 1 on teisel kohal:	3p
	7p

Skeem 2:

Lähtutud reast 1203 ja vaadeldud nelja juhtu, et milline number on õigel kohal.

Leitud, et reas on numbrid 0, 1, 2 ja 3:	1p
Vaadeldud kui 1 on õigel kohal:	1p
Vaadeldud kui 2 on õigel kohal ja näidatud vastuolu: *(Märkus, kui vastuolu on välja toomata, siis anda 1p.)*	2p
Vaadeldud kui 0 on õigel kohal:	2p
Vaadeldud kui 3 on õigel kohal:	1p
	7p